

MATHE 364

23.08. Multiplizieren von Potenzen mit gleicher Basis

Information: Multiplizieren von Potenzen mit gleicher Basis

Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis multipliziert werden, dann behält das Produkt (das Ergebnis) diese Basis. Man addiert die beiden Hochzahlen und erhält so die Hochzahl des Produkts (des Ergebnisses).

Beispiel 1: $5^4 \cdot 5^3 = 5^{4+3} = 5^7$, weil $\underbrace{(5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)}_{4 \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{(5 \cdot 5 \cdot 5)}_{3 \text{ Faktoren}} = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{7 \text{ Faktoren}}$.

Beispiel 2: $a^4 \cdot a^3 = a^{4+3} = a^7$, weil $\underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a)}_{4 \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot a)}_{3 \text{ Faktoren}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{7 \text{ Faktoren}}$.

Beispiel 3: $a^k \cdot a^n = a^{k+n}$, weil $\underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a)}_{k \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{(a \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ Faktoren}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a}_{k+n \text{ Faktoren}}$.

a) Lies den Informationstext.

b) Ergänze insgesamt mindestens fünf fehlende Zahlen bzw. Variablen.

$$\underbrace{(7 \cdot 7 \cdot 7)}_{\square \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{(7 \cdot 7)}_{\square \text{ Faktoren}} = 7^{\square} \cdot 7^{\square} = \underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}_{\square \text{ Faktoren}} = 7^{\square}$$

$$100010000 = 10^3 \cdot 10^4 = \underbrace{(10 \cdot 10 \cdot 10)}_{\square \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{(10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10)}_{\square \text{ Faktoren}} = 10^{\square} = \underbrace{100 \dots 00}_{\square \text{ Nullen}}$$

$$a^{\square} \cdot a^{\square} = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a)}_{\square \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a)}_{\square \text{ Faktoren}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{\square \text{ Faktoren}} = a^{\square}$$

$$b^{\square} \cdot b^{\square} \cdot b^{\square} = b^{12}$$

$$b^{\square} \cdot b^{\square} = b^{12}$$

c) Berechne den Wert von mindestens fünf Termen.

$$b^4 \cdot b^5$$

$$b^4 \cdot b^5 \cdot b^2$$

$$a^7 \cdot a^7$$

$$a^7 \cdot a^0$$

$$10^2 \cdot 10^5$$

$$a^7 \cdot a^{-7}$$

$$2^{10} \cdot 2^{-2}$$

$$a^7 \cdot a^{-6}$$

$$2^3 \cdot 2^3$$

$$10^3 \cdot 10^3$$

Information: Multiplizieren von Potenzen mit gleicher Basis

Wenn zwei Potenzen mit gleicher Basis multipliziert werden, dann behält das Produkt (das Ergebnis) diese Basis. Man addiert die beiden Hochzahlen und erhält so die Hochzahl des Produkts (des Ergebnisses).

Beispiel 1: $5^4 \cdot 5^3 = 5^{4+3} = 5^7$, weil $\underbrace{(5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5)}_{4 \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{(5 \cdot 5 \cdot 5)}_{3 \text{ Faktoren}} = \underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}_{7 \text{ Faktoren}}$.

Beispiel 2: $a^4 \cdot a^3 = a^{4+3} = a^7$, weil $\underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a)}_{4 \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot a)}_{3 \text{ Faktoren}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{7 \text{ Faktoren}}$.

Beispiel 3: $a^k \cdot a^n = a^{k+n}$, weil $\underbrace{(a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a)}_{k \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{(a \cdot \dots \cdot a)}_{n \text{ Faktoren}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a}_{k+n \text{ Faktoren}}$.

a) **Lies** den Informationstext. ✓

b) **Ergänze** insgesamt mindestens fünf fehlende Zahlen bzw. Variablen.

$$\underbrace{(7 \cdot 7 \cdot 7)}_{3 \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{(7 \cdot 7)}_{2 \text{ Faktoren}} = 7^3 \cdot 7^2 = \underbrace{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7}_{5 \text{ Faktoren}} = 7^5$$

$$1000 \cdot 10000 = 10^3 \cdot 10^4 = \underbrace{(10 \cdot 10 \cdot 10)}_{3 \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{(10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10)}_{4 \text{ Faktoren}} = 10^7 = \underbrace{100 \dots 00}_{7 \text{ Nullen}}$$

$$a^4 \cdot a^5 = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a)}_{4 \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a)}_{5 \text{ Faktoren}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{9 \text{ Faktoren}} = a^9$$

Lösungsbeispiel $b^3 \cdot b^4 \cdot b^5 = b^{12}$

Die Summe der drei bzw. der zwei Hochzahlen muss 12 betragen.

Lösungsbeispiel $b^6 \cdot b^6 = b^{12}$

c) **Berechne** den Wert von mindestens fünf Termen.

$$b^4 \cdot b^5 = b^9$$

$$b^4 \cdot b^5 \cdot b^2 = b^{11}$$

$$a^7 \cdot a^7 = a^{14}$$

$$a^7 \cdot a^0 = a^7 \cdot 1 = a^7$$

$$10^2 \cdot 10^5 = 10^7 = 10\,000\,000$$

$$a^7 \cdot a^{-7} = a^{7+(-7)} = a^0 = 1$$

$$2^{10} \cdot 2^{-2} = 2^{10+(-2)} = 2^8 = 256$$

$$a^7 \cdot a^{-6} = a^{7+(-6)} = a^1 = a$$

$$2^3 \cdot 2^3 = 2^6 = 64$$

$$10^3 \cdot 10^3 = 10^6 = 1\,000\,000$$